

ЗАВДАННЯ ОБЛАСНОЇ СТУДЕНТСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З МАТЕМАТИКИ ЗА 2018 РІК

Завдання 1. Числа 53295, 67507, 88825, 81719, 39083 діляться на 3553. Не обчислюючи визначник

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 5 & 0 & 7 \\ 8 & 8 & 8 & 2 & 5 \\ 8 & 1 & 7 & 1 & 9 \\ 3 & 9 & 0 & 8 & 3 \end{vmatrix}$$

довести, що він ділиться на 3553.

Завдання 2. Задано точки $A(-2;1;3)$, $B(1;3;-1)$, $C(4;1;-2)$, $D(0;3;-3)$. Знайти відстань між прямими AB і CD .

Завдання 3. Дослідити функцію і побудувати її графік

$$y = \ln \frac{x}{x+2} + 1$$

Завдання 4. Обчислити інтеграл

$$\int \sqrt{\frac{1+x}{2-x}} dx$$

ЗАВДАННЯ ОБЛАСНОЇ СТУДЕНТСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З МАТЕМАТИКИ ЗА 2019 РІК

Завдання 1. Знайти всі матриці другого порядку з ненульовими елементами, квадрат яких дорівнює нульовій матриці.

Завдання 2. Знайти границю функції

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \sqrt{x^2 - x}$$

Завдання 3. Кондитерська фабрика може реалізовувати свою продукцію двома способами: через магазини і через торгових агентів. Торгові витрати від продажу x кг цукерок через магазини складають $1,5x^2$ гр. од., а від продажу y кг цукерок через торгових агентів складають $0,5y^2$ гр. од. За добу фабрика виготовляє 5000 кг цукерок. Як організувати продаж, щоб торгові витрати були мінімальні?

Завдання 4. Довести що функція

$$y = 2\arctg x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$$

є константою за умови $x \geq 1$ і знайти її.

Завдання 5. Побудувати графік функції

$$y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ x+1 & 2 & x+3 & 4 \\ 1 & x+3 & x+4 & x+5 \\ 1 & -3 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

Задание 6. Обчислити інтеграл

$$\int_{\sqrt{e}}^{e^2} (\ln x)^2 dx$$

Донбаська державна машинобудівна академія

Обласна студентська олімпіада з математики

Завдання 1. Обчислити $\lim_{n \rightarrow \infty} A^4$, якщо

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{n} \\ -\frac{1}{n} & 1 \end{pmatrix}$$

Завдання 2. Підприємство випускає і реалізує продукцію в обсязі q (ум. од.). Функції доходу $P(q)$ і витрат $C(q)$ мають вигляд:

$$P(q) = -0,72q^2 + 44,64q,$$

$$C(q) = 0,96q^3 + 2,16q^2 + 1,44q + 10.$$

Знайти найбільший прибуток підприємства, обсяг і витрати, що відповідають максимальному прибутку.

Завдання 3. В країні виготовляється два продукти – X і Y . На рис. 1 представлена крива виробничих можливостей цієї країни. Ця лінія є частиною графіку функції $y = a\sqrt{M - x}$, де x – обсяг випуску товару X , y – обсяг випуску товару Y , a і M – параметри. Максимально можливий обсяг випуску продукту Y в цій країні дорівнює 300. Площа фігури OAB дорівнює 180 000. Знайти максимально можливий обсяг випуску продукту X .

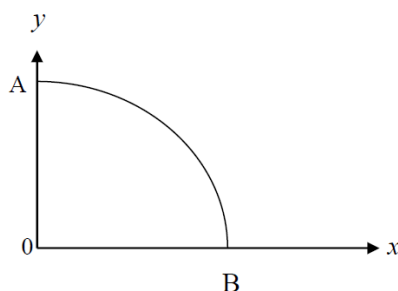


Рис. 1. Крива виробничих можливостей